

PCMA 系统中干扰信号的频偏与时延联合估计

魏雪娟, 杨勇, 郭一鸣, 张冬玲

(解放军信息工程大学信息工程学院, 河南 郑州 450001)

摘 要: 针对合作接收的高阶调制成对载波多址 (PCMA, paired carrier multiple access) 信号, 提出一种频偏与时延联合估计的算法。算法利用本地存储的序列样本作为辅助数据, 与混合信号求相关得到目标函数, 采用二维搜索的方法估计频偏和时延。通过设置联合估计的门限值, 大大降低算法的计算量。推导干扰信号频偏与时延估计的修正的克拉美罗界 (MCRB, modified Cramer-Rao bound), 为算法性能评价提供理论依据。仿真结果表明, 8PSK 调制方式下频偏估计算法与已有算法性能相当, 但复杂度降低了 $\frac{2}{3}$ 。

关键词: 成对载波多址; 高阶调制; 频偏估计; 联合估计; 修正的克拉美罗界
中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A

Joint estimation of interference frequency offset and time delay in PCMA system

WEI Xue-juan, YANG Yong, GUO Yi-ming, ZHANG Dong-ling

(School of Information Systems Engineering, PLA Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: For cooperative received high-order modulation PCMA (paired carrier multiple access) signals, joint estimation of frequency offset and time delay was proposed. The sequence samples stored locally were used as auxiliary data. Estimation of frequency offset and time delay was calculated by optimizing the objective function, which was obtained from the cross-correlation computation of the auxiliary data and mixed signal, and the optimized process was accomplished by utilizing two-dimensional search. By setting the threshold of joint estimation, the calculated amount was greatly reduced. Modified Cramer-Rao bound (MCRB) of interference frequency offset and time delay was derived, which provided theoretical basis for performance of the proposed algorithm. Simulation results show that the algorithm has similar performance with existing algorithms, but its complexity is reduced by two-thirds.

Key words: PCMA, high-order modulation, frequency offset estimation, joint estimation, MCRB

1 引言

成对载波多址 (PCMA, paired carrier multiple access)^[1]是一种用于提高卫星通信容量的技术, 目前已得到广泛应用。在 PCMA 系统中, 每个地面站终端发送一个上行信号, 经卫星透明转发器转发后, 同时接收到由本地信号 (干扰信号) 与另一个地面站终端信号 (有用信号) 混叠而成的下行信号。在合作通信中, 由于本地存有干扰信号上行信号序列的样本, 可以采用基于信号重构的干扰抵消算

法, 在一定程度上消除干扰信号, 实现正常通信。因此, 对干扰信号参数 (时延、频偏、载波初始相位、信号幅度) 估计进行研究, 具有重要的实际意义和应用价值。本文重点研究干扰信号的频偏估计问题。

截至目前, 主流的频偏估计算法都是基于最大似然估计理论的。典型的算法有 Kay 算法、Fitz 算法、L&W 算法和 L&R 算法, 这些算法性能均能在一定的信噪比下接近克拉美罗界 (CRB, Cramer-Rao bound), 但难以同时兼顾频偏估计精度和频偏估计

收稿日期: 2016-05-20; 修回日期: 2016-12-11

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61401511)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (No.61401511)

范围。Mengali^[2]提出的一种算法 (简称 M&M), 较好地解决了这一矛盾, 使频率估值范围扩大为符号速率的 ± 20%, 在信噪比接近 0 dB 时, 估值方差仍接近 CRB。文献[3]将 M&M 算法应用于卫星通信, 实现了 DVB-S2 标准下的载波同步。此外, 文献[4]在最大似然准则的基础上提出 2 种导频联合编码辅助载波同步的算法, 能大幅度提高同步参数的估计精度和范围。文献[5]利用判决辅助的最大似然算法实现了载波同步。然而, 这些估计方法仅适用于单路信号的频偏估计。

针对混合信号的频偏估计问题, 根据相位调制信号的谱特征^[6], 可以通过提取平方谱和 4 次方谱的离散谱线, 完成低阶调制 PCMA 信号的频偏估计。对于高阶调制 (如 8PSK) 下的 PCMA 信号而言, 高阶谱会出现很多交叉项, 将影响离散谱线的精确检测^[7]。文献[8]研究了合作通信机制下的 PCMA 信号分离解调技术, 采用经典的 M&M 算法实现干扰信号的频偏估计。M&M 算法求接收信号与本地样本序列的相关函数, 通过计算相关函数的相位增量来获得频偏估计值。文献[9]针对高阶调制的混合信号, 从似然概率函数最大化角度出发, 基于数据辅助的方法实现了混合信号载波频偏估计, 有效地解决了具有固定帧长和固定帧同步序列条件下 PCMA 信号的频偏估计问题。但是, 算法的有效频偏估计范围局限于 $\pm \frac{1}{2NT}$ (N 为符号帧长, T 为符号周期)。

对于合作接收的 PCMA 信号, 在完成时延估计的基础上, 文献[10~13]利用有用信号与干扰信号的弱相关性, 采用混合信号与干扰信号相关的方法得到频偏估计。文献[8,12,13]采用相关检测的方法估计干扰信号的时延, 但是, 相关检测方法首先需要完成干扰信号频偏的估计, 对混合信号进行下变频, 以消除载波频偏对相关特性的影响。而在实际的工程应用中, 时延和频偏都是未知的, 因此, 二者无法进行单独估计。

为了解决频偏与时延无法单独估计这一问题, 本文提出一种载波频偏与时延联合估计的算法。通过设置联合估计的门限值, 使算法的计算量大大降低。为了与现有的频偏估计算法性能进行对比, 在介绍联合估计算法之前, 先研究了时延已知的频偏估计算法, 并对算法的复杂度进行分析。最后推导了干扰信号频偏与时延估计的修正的克拉美罗界,

为算法性能评价提供理论依据。

2 信号模型

在 PCMA 系统中, 若地面站接收到 2 个同符号速率的 MPSK 或 QAM 调制信号, 采样间隔 $T_s = \frac{T}{L}$ (L 为过采样倍数), 则混合信号的离散形式为

$$y_k = h_1 e^{j(2\pi f_1 k T_s + \theta_1)} x_{1,k} + h_2 e^{j(2\pi f_2 k T_s + \theta_2)} x_{2,k} + v_k \quad (1)$$

其中, v_k 是均值为 0, 单边功率谱密度为 N_0 的加性高斯白噪声; h_i 、 f_i 和 $\theta_i (i=1,2)$ 分别是第 i 路信号的幅度、频偏和载波初始相位; $x_{1,k}$ 和 $x_{2,k}$ 分别为有用信号和干扰信号的数字基带调制波形。假设 2 路信号的调制方式相同, 且 2 路信号相互统计独立, 则 $x_{i,k}$ 可以表示为

$$x_{i,k} = \sum_{m=-L_1}^{L_1} a_{i,k} g_i(-mT + nT_s + \tau_i) \quad (2)$$

其中, $n = \{0, 1, 2, \dots, L-1\}$, $\tau_i (i=1, 2)$ 是第 i 路信号的定时偏差; $a_{1,k}$ 、 $a_{2,k} (k=0, 1, \dots)$ 分别为发送的有用信号和干扰信号序列, 其取值与调制方式有关; $g_i(\cdot)$ 是等效的信道滤波器, 包括成型滤波器、信道滤波器和匹配滤波器等, 滤波器持续的有效区间为 $[-L_1 T, L_1 T]$ 。

在 PCMA 合作通信机制下, 本文根据接收序列 y_k 和干扰信号的发射样本 $a_{2,k}$, 估计干扰信号的频偏和时延。

3 频偏与时延的联合估计算法

从本质上来说, 联合估计算法是基于时延已知的频偏估计算法, 并结合相关检测的时延估计方法提出的。因此, 本文首先研究了时延已知的频偏估计算法。

3.1 时延已知的频偏估计算法

假设已完成干扰信号的时延估计, 估计值为 $\hat{\tau}_2$, 利用本地发射样本重构干扰信号

$$s_{2,k} = \sum_{m=-L_1}^{L_1} a_{2,k} g_2(-mT + nT_s + \hat{\tau}_2) \quad (3)$$

根据时延估计值对混合信号进行时延校准, 并构造辅助信号 $z_k = y_k e^{-j2\pi n k T_s}$ 。根据式(1), 有

$$z_k = h_1 e^{j[2\pi(f_1 - f)kT_s + \theta_1]} x_{1,k} + h_2 e^{j[2\pi(f_2 - f)kT_s + \theta_2]} x_{2,k} + v'_k \quad (4)$$

z_k 与 $s_{2,k}$ 共轭相关计算得

$$z_k s_{2,k}^* = h_1 e^{j[2\pi(f_1 - f)kT_s + \theta_1]} x_{1,k} s_{2,k}^* + h_2 e^{j[2\pi(f_2 - f)kT_s + \theta_2]} x_{2,k} s_{2,k}^* + v'_k \quad (5)$$

式(5)右边的第 1 项因 2 路发送符号统计独立且有频偏的存在, 相关性较弱而忽略; 第 2 项中干扰信号与重构信号的信息序列因相关性较强而保留。令 K 表示相关符号长度, 相关采样点长度 $N=LK$, $0 \leq k \leq N-1$, 可得

$$\begin{aligned} \left| \sum_{k=0}^{N-1} z_k s_{2,k}^* \right| &\approx \left| \sum_{k=0}^{N-1} (h_2 x_{2,k} s_{2,k}^*) e^{j[2\pi(f_2-f)kT_s+\theta_2]} \right| \\ &= \left| h_2 x_{2,k} s_{2,k}^* \sum_{k=0}^{N-1} e^{j[2\pi(f_2-f)kT_s+\theta_2]} \right| \\ &= \left| h_2 x_{2,k} s_{2,k}^* \left| \frac{1-e^{j2\pi(f_2-f)T_s N}}{1-e^{j2\pi(f_2-f)T_s}} \right| \right| \\ &= \left| h_2 x_{2,k} s_{2,k}^* \left| \frac{e^{j[(N-1)\pi(f_2-f)T_s+\theta_2]} \sin[\pi(f_2-f)T_s N]}{\sin[\pi(f_2-f)T_s]} \right| \right| \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} R(f) &= \frac{1}{N} \left| \sum_{k=0}^{N-1} z_k s_{2,k}^* \right| \\ &= \frac{1}{N} \left| h_2 x_{2,k} s_{2,k}^* \left| \frac{\sin[\pi(f_2-f)T_s N]}{\sin[\pi(f_2-f)T_s]} \right| \right| \end{aligned} \quad (7)$$

显然, 当 $f=f_2$ 时, 式(7)取最大值。因此, 可以通过搜索式(7)的峰值位置, 得到干扰信号的频偏估计结果, 即

$$\hat{f}_2 = \arg \max_f R(f) \quad (8)$$

为了减小寻求 \hat{f}_2 的计算量, 采用包含粗略搜索和精确搜索 2 个过程的搜索方法, 具体步骤如算法 1 所示。

算法 1 频偏估计算法

1) 初始化。设定迭代次数为 q , 频率搜索区间 S 的起点和终点分别设置为 $f_l=f_a$ 、 $f_r=f_b$ 。

2) 划分子区间。将 S 划分成 M 个子区间 $S_i = \left[f_l + \frac{f_r - f_l}{M}(i-1), f_l + \frac{f_r - f_l}{M}i \right]$ ($i=1, \dots, M$), 记 S_i 的中心频点为 $f^{(i)}$, 计算 $R(f^{(i)})$ 并将其作为子区间 S_i 相关值的度量。

3) 找出 R_{\max} 及其对应的频点位置 f' 。从 $R(f^{(i)})$ 中找出最大值 R_{\max} , 其对应的粗略搜索的频点位置记为 f' 。

4) 缩小搜索区间。将区间 S 的大小缩小为原来的 $\frac{1}{M}$, 即 $f_l = f' - \frac{f_r - f_l}{2M}$, $f_r = f' + \frac{f_r - f_l}{2M}$ 。

5) 若迭代次数小于 q , 则重复步骤 2)~步骤 4) 的操作; 否则迭代结束, 将此时的 R_{\max} 和 f' 作为最终搜索结果输出。

该算法的频率分辨率为 $\frac{f_b - f_a}{M^q}$ 。因此, 在实际

应用中, 划分的子区间数 M 和迭代次数 q 可根据需要的分辨率进行选取。

3.2 联合估计算法

利用本地序列重构干扰信号

$$s_k = \sum_{m=-L_1}^{L_1} a_{2,k} g_2(-mT + nT_s) \quad (9)$$

构造辅助信号 $r_k = y_k e^{-j2\pi k T_s}$, 采用 r_k 逐采样点与重构信号 s_k 滑动相关的方法, 对混合信号中干扰信号的时延进行检测。若 r_k 的起始采样点为 p , 则共轭的相关计算表达式为

$$\begin{aligned} R(p, f) &= \frac{1}{N} \left| \sum_{k=p}^{N+p-1} r_k s_{k-p}^* \right| \\ &\approx \frac{1}{N} \left| \sum_{k=p}^{N+p-1} h_2 x_{2,k} s_{k-p}^* e^{j[2\pi(f_2-f)kT_s+\theta_2]} \right| \end{aligned} \quad (10)$$

由于时延和频偏的存在, 重构信号与混合信号的相关性较弱, 相关值幅度不会太大, 可以近似为 0。理论上, 在滑动相关的过程中, 混合信号中的干扰信号与重构信号时延差异逐渐减小, 式(10)的相关值逐渐增大; 当干扰信号的时延校准以后, 重构信号和干扰信号间的频偏越接近, 相关值也就越大。

式(10)可以化简为

$$R(p, f) = \frac{1}{N} \left| h_2 x_{2,k} s_{k-p}^* \left| \frac{\sin[\pi(f_2-f)T_s N]}{\sin[\pi(f_2-f)T_s]} \right| \right| \quad (11)$$

其中, $k=\{p, p+1, \dots, N+p-1\}$, 只有当 p 使混合信号中 $x_{2,k}$ 与 s_{k-p} 恰好重合且 $f=f_2$ 时, $R(p, f)$ 取最大值。因此, 可以采用对 p 和 f 进行二维搜索的方法, 得到相关计算的最大值 $R_{\max}(p, f)$, 确定该值对应的起始采样点及频点位置。干扰信号时延和频偏的估计结果为

$$(\hat{\tau}_2, \hat{f}_2) = \max_{(p, f)} \{R(p, f)\} \quad (12)$$

频偏与时延的联合估计算法, 就是利用重构信号与接收信号求相关获得目标函数, 对时延和频偏进行二维搜索的过程。由于不清楚时延和频偏的大致范围, 需要对式(12)的二维变量在整个实数域区间上进行搜索, 计算量太大。

为了降低算法的计算量, 在滑动相关的过程中, 可以确定一个粗略估计的门限值。若相关值达到该门限值, 则得到时延和频偏的粗估结果, 记下此时的起始采样点 p 。然后以 p 为起点, 在一个符

号内 (L 个采样点) 逐采样点滑动相关, 寻找一个符号内的最大相关值 $R_{\max}(p, f)$ 。根据此时 $R_{\max}(p, f)$ 对应的起始采样点及频点位置, 即可得到干扰信号时延和频偏的精确估计。

3.3 联合估计的门限值

首先将信号能量归一化, 假设已知干扰信号频偏 f_2 , 则对混合信号去频偏得到辅助信号

$$u_k = h_1 e^{j2\pi(\hat{f}_1 - f_2)kT_s + \theta_1} x_{1,k} + h_2 e^{j\theta_2} x_{2,k} + v'_k \quad (13)$$

将 u_k 逐采样点与 s_k 滑动相关。若 u_k 相关数据的起始采样点为 p , 则共轭的相关计算表达式为

$$R(p) = \frac{1}{N} \left| \sum_{k=p}^{N+p-1} u_k s_{k-p}^* \right| \approx \frac{1}{N} \left| \sum_{k=p}^{N+p-1} h_2 e^{j\theta_2} x_{2,k} s_{k-p}^* \right| \quad (14)$$

当干扰信号与重构信号存在时延时, 2 路信号的相关性较弱, 使相关值 $R(p)$ 产生一定幅度的波动, 但不会出现峰值。在逐采样点滑动的过程中, 随着 $x_{2,k}$ 与 s_{k-p} 时延差的缩小, 相关值逐渐增大; 当 $x_{2,k}$ 与 s_{k-p} 恰好重合时, 2 路信号的相关性最强, 出现最大值 $R_{\max}(p)$ 。本文就是通过检测相关值 $R(p)$ 的大小, 确定频偏与时延联合估计的最佳门限值。

以 8PSK 调制的 PCMA 信号为例, $\frac{E_s}{N_0}$ 定义为

2 路信号每符号平均能量之和与噪声功率频谱密度的比值。实验仿真结果如图 1 和图 2 所示, 图中有上下 2 个曲面。上方的曲面表示相关峰值 $R_{\max}(p)$, 下方的曲面表示在滑动相关过程中, 由于干扰信号和重构信号的弱相关性而产生的波动值。联合估计的门限值应在上下 2 个曲面间选取。

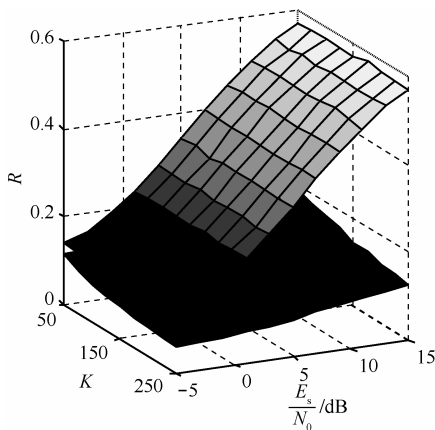


图 1 R 与 K 、 $\frac{E_s}{N_0}$ 的关系

若幅度比 $\frac{h_2}{h_1} = 0.8$, $\frac{E_s}{N_0}$ 在 $[-5, 15]$ dB 内均匀变

化, 图 1 给出了符号长度 K 在 $[50, 250]$ 内均匀变化的仿真结果。从图 1 中可以看出, 当 $\frac{E_s}{N_0}$ 一定时,

随着相关采样点数据的增加, $R_{\max}(p)$ 基本不变, 而与弱相关值的差值逐渐增大。这是因为数据量越大, 越能体现出当时延存在时干扰信号与重构信号的弱相关性, 达到干扰信号时延校准的位置越明显, 估计结果就更加准确。同时, 随着相关数据长度的增加, 计算量变大。根据图 1 可以得出, 在 $K > 150$ 后, 弱相关值在 0.15 以下, 与 $R_{\max}(p)$ 有理想的区分效果。

若 $K=200$, $\frac{E_s}{N_0}$ 在 $[-5, 15]$ dB 内均匀变化, 图 2

给出了幅度比 $\frac{h_2}{h_1}$ 在 $[0.1, 1.0]$ 内均匀变化的仿真结果。从图 2 可以看出, 当 $\frac{h_2}{h_1} \leq 0.3$ 且 $\frac{E_s}{N_0} < 5$ dB 时,

$R_{\max}(p)$ 与弱相关值非常接近, 认为无峰值出现。原因在于当幅度比 $\frac{h_2}{h_1}$ 较小时, 干扰信号相当于弱信号, 淹没于有用信号 (强信号) 中, 达到时延校准时的相关值较小, 无法确定相关峰的位置。当 $\frac{E_s}{N_0}$ 一

定时, 随着 $\frac{h_2}{h_1}$ 的增大, 干扰信号幅度变大。因此, $R_{\max}(p)$ 逐渐变大; 而当时延存在时, 弱相关值基本不变, 是接近 0.15 左右的一个平面。

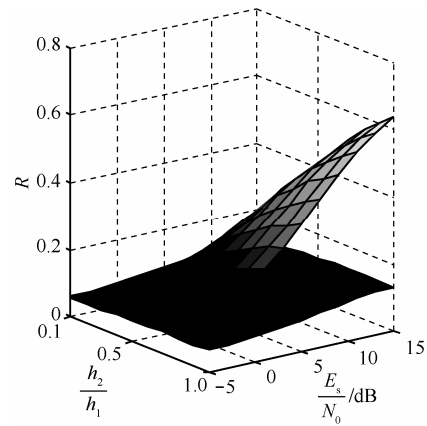


图 2 R 与 $\frac{h_2}{h_1}$ 、 $\frac{E_s}{N_0}$ 的关系

从图 1 和图 2 可以看出, 随着 $\frac{E_s}{N_0}$ 的增加, $R_{\max}(p)$

增大得较快, 而弱相关值变化较小。这是由于当 $\frac{E_s}{N_0}$

增大时,在一定程度上增大了信号能量,使相关性最强时的峰值变大。而由于 2 路信号是相互独立的,噪声对弱相关值的影响很小。

综上所述,对于 $\frac{E_s}{N_0} \geq \frac{E_s}{N_{0min}}$ 和 $\frac{h_2}{h_1} \geq d$, 当

$\frac{E_s}{N_{0min}}$ 与 d 取不同值时,联合估计门限 th_val 的取值范围不同 ($0.15 \leq th_val \leq V_{max}$)。表 1 给出了 $K=200$ 时,联合估计的最大门限值 V_{max} 。

表 1 不同 $\frac{E_s}{N_{0min}}$ 和 d 下的 V_{max}

$\frac{E_s}{N_{0min}}$ /dB	V_{max}			
	$d=0.4$	$d=0.6$	$d=0.8$	$d=1.0$
0	0.16	0.17	0.21	0.23
2.5	0.17	0.22	0.27	0.30
5.0	0.20	0.27	0.33	0.37
7.5	0.24	0.33	0.40	0.45
10.0	0.27	0.39	0.47	0.53
12.5	0.31	0.42	0.52	0.59
15.0	0.33	0.46	0.56	0.63

通过设置联合估计的门限值,对时延和频偏进行预估计,主要减小了时延(起始采样点 p) 的搜索范围,进而使整个二维搜索过程的计算量大大降低。

确定门限值所需的运算量主要来源于式(14)的相关计算,因此,以估计相关计算需要的实数加法和实数乘法次数作为评价准则。每次复数乘法包括 2 次实数加法和 4 次实数乘法,每次复数加法包括 2 次实数加法,每次复数的模运算则包含 1 次实数加法和 2 次实数乘法。

若 p 的滑动范围为 K 个符号周期,每滑动 1 个采样点需要约为 $N(N=KL)$ 次复数乘法、 $N-1$ 次复数加法和 1 次模运算,则相关计算需要的实数乘法和实数加法次数分别为 $N(4N+2)$ 和 $N(4N-1)$ 。理论上,只要起始采样点 p 多滑动一个符号,就可以确定 $R(p)$ 的峰值和弱相关值的大小。但当搜索范围较小时,统计的数据较短,可能造成误差较大。因此,本文仿真时取 p 的滑动范围为 $2K$ 个符号周期,则需要的实数乘法和实数加法次数分别为 $2N(4N+2)$ 和 $2N(4N-1)$ 。

3.4 联合估计算法的实现步骤

采用 3.1 节的频偏估计算法,结合相关检测的

时延估计方法,得到本文的联合估计算法,具体实现步骤如算法 2 所示。

算法 2 联合估计的二维搜索步骤

- 1) r_k 和 s_k 分别取 K 个符号的相关数据。辅助信号 r_k 以采样点 p 为起点取相关数据,初始化 $p=0$ 。
- 2) 找出 R_{max} 。根据式(10),采用算法 1 的步骤 1)~步骤 5),得到 R_{max} 。
- 3) 比较 R_{max} 与 th_val 。若 $R_{max} \geq th_val$, 则输出此时的 p 值,记为 P ; 否则, $p=p+1$, 返回 1)。
- 4) 设定 p 的滑动区间,计算 $R(p_i, f^i)$ 。滑动区间的起点和终点分别设置为 $p_l=P, p_r=P+L-1$, 计算 $R(p_i, f^i)(i=0, \dots, L-1)$ 作为相关值的度量。
- 5) 输出时延和频偏的估计结果。从 $R(p_i, f^i)$ 中找出最大值 $R_{max}(p, f)$, 确定此时的起始采样点 p 及对应的频点位置 f , 将 p 和 f 作为最终搜索结果输出。

该算法包含粗略搜索和精确搜索 2 个过程。算法 2 的步骤 1)~步骤 3)是联合估计的粗略搜索,可以将时延锁定在一个符号周期内,步骤 4)和步骤 5)对一个符号内的 L 个采样点对应的相关值进行峰值搜索,可以得到时延和频偏的精确估计。

4 频偏与时延估计的 MCRB

对于无偏估计器,确定参数估计方差的下界由 CRB 给出。为了避免其他参数设置对确定参数的影响,文献[14]介绍了 MCRB, 该性能界同样可以作为参数估计误差的下界,而且, $MCRB \leq CRB$ 。但是,目前对于 CRB 的研究均针对单一信号,尚未发现公开的文献给出混合信号参数估计的性能界。现有的关于 PCMA 信号参数估计问题的文献中,都没有将参数估计的性能与混合信号的 CRB 进行对比分析。因此,为对算法性能进行评价,推导了干扰信号频偏与时延估计的 MCRB。

式(1)的离散信号模型相当于对接收信号的整数倍采样,为了说明 MCRB 的通用性,采用连续的信号模型进行推导。PCMA 信号的复基带模型可以表示为

$$y(t) = x_1(t) + x_2(t) + v(t) \quad (15)$$

其中, $v(t)$ 为高斯白噪声,单边功率谱密度为 N_0 ; $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 分别为有用信号和干扰信号的数字基带调制波形,则 $x_i(t) (i=1,2)$ 可以表示为

$$x_i(t) = h_i e^{j(2\pi f_i t + \theta_i)} \sum_{k=-L_1}^{L_1} a_{i,k} g_i(t - kT + \tau_i) \quad (16)$$

假设发送符号相互独立，令 $\mathbf{a}=(a_1, a_2)$ 且 $a_i = \{a_{i,m}\}$ ，则有

$$E[a_{i,m}(a_{i,n})^*] = \begin{cases} A, k_1 = k_2 \text{ 且 } i_1 = i_2 \\ 0, \text{其他} \end{cases} \quad (17)$$

联合估计的参数集合为 $\mathbf{w}=(w_1, w_2)^T=(f_2, \tau_2)^T$ ，对于任意的参数 $w_m (m=1,2)$ 估计方差的下界为

$$E_y[(\hat{w}_m - w_m)^2] \geq MCRB_2(w_m) = [\mathbf{I}^{-1}(\mathbf{w}, \mathbf{a})]_{mm} \quad (18)$$

$$[\mathbf{I}(\mathbf{w}, \mathbf{a})]_{mm} = E_a \left\{ E_{y|\mathbf{a}} \left[-\frac{\partial^2 \ln p(\mathbf{y}|\mathbf{w}, \mathbf{a})}{\partial w_m \partial w_n} \right] \right\} \quad (19)$$

$\mathbf{I}(\cdot)$ 是 2×2 的 Fisher 信息矩阵 (FIM)， $p(\mathbf{y}|\mathbf{w}, \mathbf{a})$ 为给定 \mathbf{w} 和发送符号序列 \mathbf{a} 条件下， \mathbf{y} 的概率密度函数，表达式为

$$p(\mathbf{y}|\mathbf{w}, \mathbf{a}) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp \left(-\frac{1}{N_0} \int |y(t) - x_1(t) - x_2(t)|^2 dt \right) \quad (20)$$

将式(20)代入式(19)得

$$[\mathbf{I}(\mathbf{w}, \mathbf{a})]_{mm} = \frac{2}{N_0} \int E_a \left[\operatorname{Re} \left(\frac{\partial x_2^*(t)}{\partial w_m} \frac{\partial x_2(t)}{\partial w_n} \right) \right] dt \quad (21)$$

当 $m \neq n$ 时，式(21)的被积函数部分等于 0；当 $m=n$ 时，式(21)的被积函数部分可以写为

$$E_a \left[\left| \frac{\partial x_2(t)}{\partial f_2} \right|^2 \right] = 4\pi^2 A h_2^2 t^2 E_a \left[\sum_{k=-L_1}^{L_1} g_2^2(t - kT + \tau_2) \right] \quad (22)$$

$$E_a \left[\left| \frac{\partial x_2(t)}{\partial \tau_2} \right|^2 \right] = A h_2^2 E_a \left[\sum_{k=-L_1}^{L_1} \dot{g}_2^2(t - kT + \tau_2) \right] \quad (23)$$

其中， $\dot{g}_2(t) = \frac{dg_2(t)}{dt}$ 。假设 $G(w)$ 是 $g(t)$ 的傅里叶变换， $G_2(w) = \frac{G(w) \otimes G(w)}{2\pi}$ (\otimes 表示卷积运算)， $\dot{G}(w)$ 是 $g(t)$ 的傅里叶变换， $\dot{G}_2(w) = \frac{dG_2(w)}{dw}$ 。若 $l=2L_1+1$ ，可得

$$[\mathbf{I}(\mathbf{w}, \mathbf{a})] = \begin{bmatrix} \frac{8\pi^2 A h_2^2}{N_0} l \left[\frac{(l^2-1)T^2}{12} + \tau_2^2 \right] G_2(0) & 0 \\ 0 & l \dot{G}_2(0) \end{bmatrix} \quad (24)$$

考虑 MPSK 或 QAM 调制的 PCMA 信号，定义 2 路信号幅度比 $\lambda = \frac{h_2}{h_1} (0 \leq \lambda \leq 1)$ ，每个符号的平均

信号能量为 $E_s = A h_1^2 G_2(0) + A h_2^2 G_2(0)$ ，则联合估计的 MCRB 的表达式为

$$MCRB_2(f_2) = \frac{1 + \frac{1}{\lambda^2}}{8\pi^2 l \left[\frac{(l^2-1)T^2}{12} + \tau_2^2 \right] \frac{E_s}{N_0}} \quad (25)$$

$$MCRB_2(\tau_2) = \frac{1 + \frac{1}{\lambda^2}}{2l \frac{G_2(0) E_s}{G_2(0) N_0}} \quad (26)$$

若时延 τ_2 已知，且 τ_2 在 $\left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$ 服从均匀分布，则单独估计干扰信号频偏 f_2 时，其估计方差的下界为

$$E_y[\hat{f}_2 - f_2^2] \geq MCRB(f_2) = \mathbf{I}^{-1}(f_2, \mathbf{a}) \quad (27)$$

$$\mathbf{I}(f_2, \mathbf{a}) = \frac{2}{N_0} \int E_a \left[\left| \frac{\partial x_2(t)}{\partial f_2} \right|^2 \right] dt \quad (28)$$

$$E_a \left[\left| \frac{\partial x_2(t)}{\partial f_2} \right|^2 \right] = 4\pi^2 A h_2^2 t^2 E_{\tau_2} \left[\sum_{k=-L_1}^{L_1} g_2^2(t - kT + \tau_2) \right] \quad (29)$$

将式(29)代入式(28)，得

$$\mathbf{I}(f_2, \mathbf{a}) = \frac{2 \pi^2 A h_2^2 l^3 T^2 G_2(0)}{3 N_0} \quad (30)$$

所以，干扰信号频偏估计的 MCRB 为

$$MCRB(f_2) = \frac{1}{\mathbf{I}(f_2, \mathbf{a})} = \frac{3 \left(1 + \frac{1}{\lambda^2} \right)}{2\pi^2 l^3 T^2 \frac{E_s}{N_0}} \quad (31)$$

5 实验仿真

以 8PSK 调制的 PCMA 信号为例，对本文算法进行仿真。仿真条件设置为：等效的信道滤波器采用滚降系数为 0.3 的平方根升余弦脉冲，干扰信号相对于接收数据起点的时延随机选取。 f_1 和 f_2 在 $[-2 \times 10^{-3}, 2 \times 10^{-3}]$ 内随机选取， θ_1 和 θ_2 在 $[-\pi, \pi]$ 内随机选取， τ_1 和 τ_2 在 $\left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$ 内随机选取，符号周期 $T=1$ ，采样倍数 $L = \frac{f_s}{f_d} = 8$ 。蒙特卡罗实验次数 $C=100$ ，频偏搜索划分的子区间数 $M=50$ ，迭代次数 $q=4$ 。

参数估计性能用估计误差来衡量，频偏和时延的估计误差分别定义为

$$\sigma_f^2 = \frac{\sum_{i=1}^C |\hat{f}_{2,i} - f_2|^2}{C} \quad (32)$$

$$\sigma_\tau^2 = \frac{\sum_{i=1}^C |\hat{\tau}_{2,i} - \tau_2|^2}{C} \quad (33)$$

5.1 频偏估计算法对比

若相关符号长度 $K=200$ ，幅度比 $\frac{h_2}{h_1}=0.8$ ，图 3 给出了本文算法和 M&M 算法的频偏估计性能随 $\frac{E_s}{N_0}$ 的变化曲线。从图 3 可以看出，当 $\frac{E_s}{N_0} < 5$ dB 时，本文算法的频偏估计方差接近 MCRB，而 M&M 算法的估计方差较大；随着 $\frac{E_s}{N_0}$ 的增加，这 2 种算法的估计方差都逐渐减小，当 $\frac{E_s}{N_0} > 5$ dB 时，这 2 种算法性能相当，估计方差趋于稳定。通过分析原因可以发现，M&M 算法首先求接收信号与本地样本序列的相关函数，通过计算相关函数的相位增量来获得频偏估计值。因此，在计算的过程中包含 2 次相关计算，当 $\frac{E_s}{N_0}$ 较小时，受噪声影响较大。而本文算法利用本地存储的信息序列样本作为辅助数据，与混合信号求相关得到目标函数，然后逐频率点搜索得到频偏估计值，在噪声较大时，仍有较好的估计性能。由于这 2 种频偏估计算法都运用了干扰信号的自相关，当 $\frac{E_s}{N_0}$ 较小时，噪声是影响频偏估计性能的主要因素，直接影响相关值的大小及频点位置的搜索。因此，随着 $\frac{E_s}{N_0}$ 的增加，频偏估计方差逐渐接近 MCRB。当 $\frac{E_s}{N_0}$ 增加到一定程度时，噪声对频偏估计的影响成为次要因素，估计方差逐渐稳定，接近 10^{-8} 数量级。

针对上述 2 种频偏估计算法的复杂度进行分析，以估计相同数据量需要的实数加法和实数乘法次数作为评价准则。

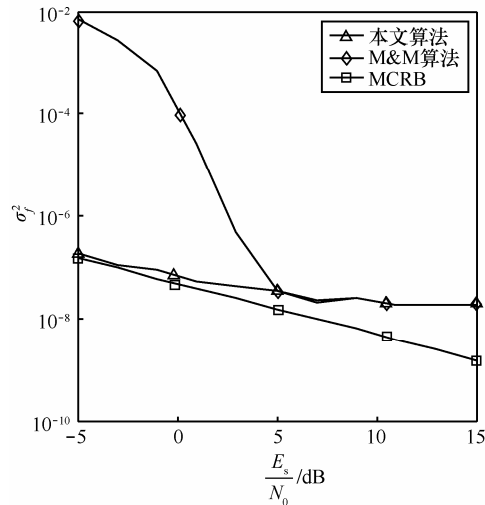


图 3 $\frac{E_s}{N_0}$ 对频偏估计性能的影响

对本文算法而言，计算复杂度主要来源于算法 1 的步骤 2)和 q 次迭代过程。在进行算法 1 步骤 2)的相关计算时，每一个频点需要约为 $N(N=KL)$ 次复数乘法、 $N-1$ 次复数加法和 1 次模运算。因此，若把区间划分为 M 个子区间，迭代 q 次后，实数乘法和实数加法的次数分别为 $qM(4N+2)$ 和 $qM(4N-1)$ 。

对 M&M 算法而言，根据文献[8]中频偏估计的表达式，可得

$$J_k = y_k \delta_{2,k}^* \quad (34)$$

$$R_l(i) = \frac{1}{N-i} \sum_{k=i}^{N-1} J_k J_{k-i}^*, 0 \leq i \leq \frac{N}{2} - 1 \quad (35)$$

$$\hat{f}_{M\&M} = \frac{1}{2\pi T_s} \sum_{i=1}^{\frac{N}{2}} l_i \arg [R_l(i) R_l^*(i-1)] \quad (36)$$

其中， l_i 为平滑因子。式(34)需要 N 次复数乘法，式(35)需要大约 $\frac{N(\frac{3}{2}N-1)}{4}$ 次复数乘法和 $\frac{N(\frac{3}{2}N-3)}{4}$ 次复数加法，式(36)需要大约 $(\frac{N}{2}-1)$ 次复数乘法、 $\frac{N}{2}$ 次实数乘法和 $\frac{N}{2}$ 次实数加法。因此，M&M 算法中实数乘法和实数加法的次数分别约为 $\frac{3}{2}N^2 + \frac{11}{2}N - 4$ 和 $\frac{3}{2}N^2 + \frac{3}{2}N - 2$ 。表 2 给出了 2 种算法的计算复杂度对比。

表 2 频偏估计算法的复杂度对比

频偏估计算法	参数条件	实数乘法次数	实数加法次数
本文算法	$N=1\ 600,$ $q=4, M=50$	1 280 400	1 279 800
M&M 算法	$N=1\ 600$	3 848 796	3 842 398

通过分析对比得出, 本文算法在 $\frac{E_s}{N_0} < 5$ dB 时, 可以获得接近 MCRB 的估计性能; 当 $\frac{E_s}{N_0} \geq 5$ dB 时, 这 2 种算法的性能相当。但是, 本文算法的复杂度降低了 $\frac{2}{3}$ 。

5.2 $\frac{E_s}{N_0}$ 对联合估计性能的影响

在频偏和时延的联合估计中, 如表 1 所示, 当 $\frac{E_s}{N_0} < 5$ dB 时, 所设的门限值较小; 随着 $\frac{E_s}{N_0}$ 的增大, 弱相关值接近门限值, 会造成相关峰值位置的检测错误, 使频偏和时延的估计方差变大。因此, 本文把联合估计的实验条件设置为 $\frac{E_s}{N_0} \geq 5$ dB。

若 $\frac{h_2}{h_1} = 0.8$, 门限值 $th_val = 0.28$, 图 4 和图 5 分

别给出了干扰信号频偏和时延估计性能随 $\frac{E_s}{N_0}$ 的变

化曲线。从图中可以看出, 当 $K=200$ 时, 随着 $\frac{E_s}{N_0}$

的增加, 频偏和时延估计误差稳定, 频偏估计误差

可以达到 10^{-8} 数量级。对比图 4 与图 3 可以看出,

联合估计与频偏单独估计的误差基本相同。这说明

在联合估计算法的时延估计误差下, 频偏估计可以

达到时延已知的估计性能。当 $\frac{E_s}{N_0}$ 增加到一定程度

时, 噪声对频偏估计的影响成为次要因素, 估计方差

基本稳定, 而频率搜索划分子区间数和迭代次数

成为影响估计性能的主要因素。因此, 受算法设置

条件的限制, 随着 $\frac{E_s}{N_0}$ 的增加, 估计方差与 MCRB

之间的距离越来越远。

此外, 从图 4 和图 5 可以看出, 当 $K=500$ 时, 频偏估计误差降低到 10^{-9} 数量级, 接近相应的 MCRB, 同时, 时延估计误差也有所减小。分析原因不难发现, 在相同 $\frac{E_s}{N_0}$ 下, 随着相关数据的增加,

2 路信号的不相关性越明显, 相关峰值的位置检测越准确, 即 $R_{\max}(p, f)$ 对应的采样点和频点就更加准确。因此, 可以通过增加相关数据长度, 获得适当的参数估计性能。

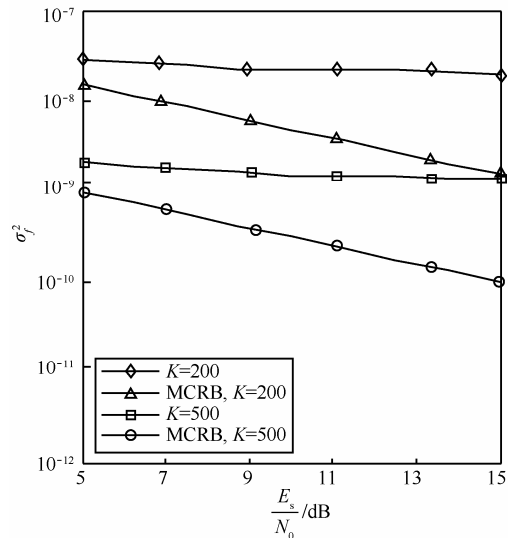


图 4 $\frac{E_s}{N_0}$ 对频偏估计性能的影响

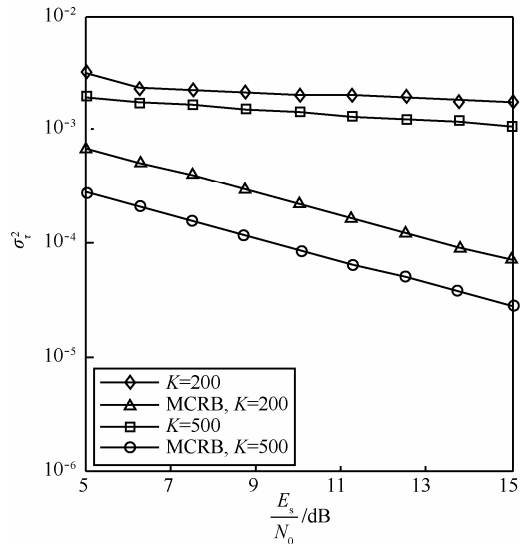


图 5 $\frac{E_s}{N_0}$ 对时延估计性能的影响

5.3 幅度比对联合估计性能的影响

在频偏和时延的联合估计中, 如图 2 所示, 当 $\frac{h_2}{h_1} < 0.4$ 时, 相关计算中无峰值出现, 无法设置联

合估计的门限值。因此, 本文把联合估计的实验条

件设置为 $\frac{h_2}{h_1} \geq 0.4$ 。

若 $\frac{E_s}{N_0} = 10$ dB, 门限值 $th_val=0.22$, 如图 6 和图 7 分别给出了干扰信号频偏和时延估计性能随幅度比的变化曲线。从图中可以看出, 随着 $\frac{h_2}{h_1}$ 的增大, 频偏和时延的估计误差都逐渐减小, 并接近 MCRB。原因在于, 当 $\frac{h_2}{h_1}$ 较小时, 混合信号中干扰信号的幅度较小, 相当于弱信号, 达到信号频偏与时延准确估计时的相关值较小, 导致相关峰值的检测出现误差。随着 $\frac{h_2}{h_1}$ 的增大, 干扰信号能量变大, 相关计算的峰值逐渐变大, 而 2 路信号的弱相关值

基本不变。因此, 峰值位置检测越准确, 即 $R_{\max}(p, f)$ 对应的采样点和频点就更加准确, 估计性能越好。而且, 可以通过增加相关数据长度, 获得适当的参数估计性能。如图 6 和图 7 所示, 当 $K=500$ 时, 频偏估计误差降低到 10^{-9} 数量级, 接近相应的 MCRB; 同时, 时延估计误差也有所减小。

6 结束语

为解决实际应用中干扰信号频偏与时延无法单独估计的问题, 提出一种联合估计的算法。通过设置联合估计的门限值, 大大降低了算法的计算量。同时, 本文研究了时延已知的频偏估计算法, 并与 M&M 算法进行对比分析。仿真结果表明, 对于 8PSK 调制方式下的 PCMA 信号, 本文的频偏估计算法在 $\frac{E_s}{N_0} < 5$ dB 时, 仍可获得接近 MCRB 的估计性能, 且复杂度降低了 $\frac{2}{3}$; 在联合估计算法的时延估计误差下, 频偏估计性能与单独估计时相当。文中推导了干扰信号频偏与时延估计的 MCRB, 为算法性能评价提供理论依据。

参考文献:

- [1] DANKBERG M. Paired carrier multiple access (PCMA) for satellite communication[C]//Pacific Telecommunications Conference. 1998: 787-791.
- [2] MENGALI U, MORELLI M. Data-aided frequency estimation for burst digital transmission[J]. IEEE Transaction on Communications, 1997, 45(1): 23-26.
- [3] 纪健超, 王宇. 应用于卫星通信的 DVB-S2 载波同步算法研究[J]. 信息通信, 2011(4): 1-2.
JI J C, WANG Y. Research on the algorithm of carrier synchronization used in satellite communication DVB-S2[J]. Information & Communications, 2011(4): 1-2.
- [4] 史治平, 唐发建, 晏辉, 等. 极低信噪比下的导频联合编码辅助载波同步算法[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(10): 2506-2510.
SHI Z P, TANG F J, YAN H, et al. Joint assisted carrier synchronization algorithm by pilot and code at extremely low SNR[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2011, 33(10): 2506-2510.
- [5] MEIYAPPAN A, KAM P Y, KIM H. A complex-weighted, decision-aided, maximum-likelihood carrier phase and frequency-offset estimation algorithm for coherent optical detection[J]. Optics Express, 2012, 20(18):20102-20114.
- [6] 张冬玲, 张君, 欧阳喜, 等. PCMA 系统相位调制信号的谱特征分析[J]. 信息工程大学学报, 2011, 12(2): 184-220.
ZHANG D L, ZHANG J, OUYANG X, et al. Spectrum feature analysis for PCMA signals with phase modulation[J]. Journal of Information Engineering University, 2011, 12(2): 184-220.
- [7] 杨勇. 成对载波多址信号的解调技术研究[D]. 郑州: 解放军信息

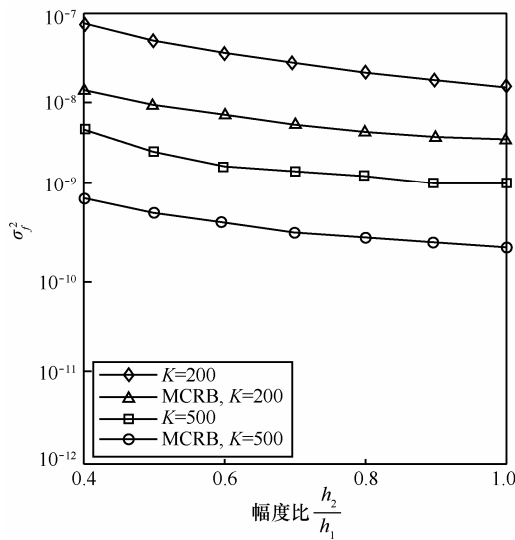


图 6 幅度比对频偏估计性能的影响

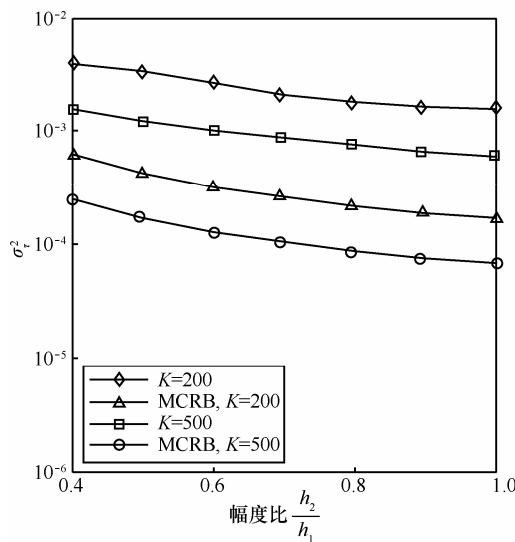


图 7 幅度对比时延估计性能的影响

- 工程大学, 2013: 19-20.
 YANG Y. Research on demodulation techniques of paired carrier multiple access signals[D]. Zhengzhou: PLA Information Engineering University, 2013: 19-20.
- [8] 葛蕾. PCMA 信号分离解调技术研究[J]. 无线电工程, 2015, 45(8): 39-42.
 GE L. Study on technology of separation and demodulation for PCMA signals[J]. Radio Engineering, 2015,45(8):39-42.
- [9] 杨勇, 张冬玲, 彭华, 等. 单通道高阶调制线性混合信号的频偏估计[J]. 电子学报, 2015, 43(1): 160-165.
 YANG Y, ZHANG D L, PENG H, et al. Frequency offset estimation in single-channel linear mixture of high-order modulated signals[J]. Acta Electronica Sinica, 2015, 43(1):160-165.
- [10] 邵力强. 双载波多路技术中频率等参数的估计研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2006.
 SHAO L Q. Research on parameters estimation of frequency etc. for paired carrier multiple access technique[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology, 2006.
- [11] 沈逸峰, 汪春梅. 试论成对载波多址系统中参数的联合估计[J]. 高新技术, 2013, 4:6-7.
 SHEN Y F, WANG C M. Test discussion on joint estimation of parameters in paired carrier multiple access system[J]. New Technologies, 2013,4:6-7.
- [12] 公博. 卫星通信系统成对载波多址技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2010.
 GONG B. research on the paired carrier multiple access technique in satellite communication systems[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2010.
- [13] 李天赐. 基于 PCMA 的盲解调技术研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2014.
 LI T C. Research on blind demodulation of PCMA signals[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2014
- [14] D'ANDREA A N, MENGALI U, REGGIANNINI R. The modified Cramer-Rao bound and its applications to synchronization problems[J]. IEEE Transaction on Communications, 1994,42: 1391-1399.

作者简介:



魏雪娟 (1988-), 女, 河南兰考人, 解放军信息工程大学硕士生, 主要研究方向为通信信号处理。

杨勇 (1988-), 男, 云南大理人, 解放军信息工程大学博士生, 主要研究方向为盲信号处理、信道编译码技术等。

郭一鸣 (1990-), 男, 河北邢台人, 解放军信息工程大学博士生, 主要研究方向为通信信号处理、信号逆向分析。

张冬玲 (1976-), 女, 江苏盐城人, 博士, 解放军信息工程大学副教授, 主要研究方向为盲信号处理、信道编译码技术等。